

'Design As Research' : Het uitdagen van bovenbouwleerlingen wiskunde A in de vierde klas van het vwo

Wim Steenbakker, Fontys Hogescholen Tilburg

Samenvatting

In mijn vwo 4-klas wiskunde A zijn er leerlingen die aangeven zich onvoldoende uitgedaagd te voelen en de lessen weinig betekenisvol te vinden. Zij ervaren wiskunde als een losstaand schoolvak waarvoor je veel sommen moet maken. Binnen dit onderzoek staat daarom het maken van een ontwerp centraal om de wiskundelessen zowel betekenisvol als uitdagend te maken. Om dit te kunnen bereiken is binnen het onderzoek de methodiek “design as research” toegepast: Uit de verlegenheidssituatie zijn vier aanleidingen beschreven. Aan de hand van literatuuronderzoek en feedback van leerlingen en wiskundecollega's zijn ontwerpeisen en randvoorwaarden geformuleerd die de fundering van het ontwerp hebben gevormd. Op basis van een morfologisch overzicht ontstonden drie ontwerpideeën. Het beste idee is vervolgens als prototype in de praktijk getest en doorontwikkeld. Het uiteindelijke ontworpen model is een didactisch model waarbinnen betekenisvolle lessen, wiskundige verdieping, differentiatie, eigen verantwoordelijkheid en samenwerkend leren centraal staan: het ABCDE-model.

Voor extra onderbouwing en onderliggende stukken verwijs ik naar het bijbehorende portfolio.

De aanleiding: een nieuwe lesopzet?

Als wiskundedocent krijg ik vaak van mijn vwo 4 wiskunde A-leerlingen de vraag waar zij de wiskundekennis ooit voor nodig zullen hebben. Ze zien het nut niet in van de wiskundelessen en het examen is voor hen vaak nog te ver weg. Voor hen is wiskunde niks meer dan een losstaand schoolvak waar je vaak heel veel sommen voor moet maken. Die sommen worden dan ook vaak nauwelijks gemaakt of worden overgeschreven van het antwoordenboek. Pogingen om de les in een context te plaatsen, te differentiëren, vakoverstijgend onderwijs aan te bieden en uitdagende opdrachten te laten maken, integreerde ik eerder in verschillende lessen of projecten, maar waren vaak zo omvangrijk dat dit niet in een enkele les te integreren was of de voorbereidingstijd was veel omvangrijker dan gewenst waardoor ik na een verloop van tijd toch weer terugviel op mijn oude doceerstijl. Met als resultaat: ongemotiveerde leerlingen.

Niet alleen tijdens mijn eigen lessen constateer ik dat de motivatie van leerlingen beter kan, ook bij andere collega's is dit geluid te horen. Ze geven aan vaak hard te moeten werken om leerlingen aan het leren te krijgen. Dat het onderwerp niet alleen binnen de schoolmuren een hot topic is en al een langere tijd speelt, blijkt ook uit de berichten in de media (NOS, 2015; RTL, 2019).

In gesprekken geeft een aantal leerlingen aan niet gemotiveerd te zijn voor het vak wiskunde. De oplossingen die worden gegeven om weer gemotiveerd te worden, zijn zeer divers: de een geeft aan dat de huiswerkopgaven te veel op elkaar lijken en wil liever één groot wiskundig probleem waar hij z'n tanden in kan zetten. De ander wil het liefste eigen keuzes kunnen maken en vraagt of de sommen echt allemaal moeten worden gemaakt. Een derde leerling geeft aan te weinig toepassing van het vak zelf te ervaren om gemotiveerd te worden. Deze leerling ziet het liefste wiskunde in een breder perspectief en zou meer willen weten binnen welke vakgebieden in het hoger onderwijs de wiskunde wordt toegepast om gemotiveerd te worden. Tegenwoordig wordt het begrip motivatie op veel verschillende toestanden, gebeurtenissen of zaken toegepast en valt het onder de containerbegrippen (Pleysier, 2008). Het is daarom belangrijk om het woord scherper te definiëren. Bij het lezen van de media-artikelen valt op te merken dat motivatie vaak in verband wordt gebracht met het bieden van uitdaging aan leerlingen. In een inspectieonderzoek (2018) blijkt dat leerlingen het naar hun zin hebben op school, maar zich weinig uitgedaagd voelen. De uitdaging wordt op de Nederlandse scholen wel aangeboden, blijkt uit een ander inspectieonderzoek dat een jaar later werd uitgevoerd (2019), maar gebeurt vooral buiten de reguliere lessen. Binnen de reguliere lessen wordt deze uitdaging echter vaak niet voortgezet. Te weinig uitdaging, te weinig betekenisvolle lessen en te weinig ruimte voor creatief denken zijn allemaal factoren die worden genoemd als mogelijke oorzaken voor de desinteresse in de wiskundelessen (SLO, 2017). Door dit onderzoek wil ik graag een nieuwe lesopzet ontwikkelen die bij kan dragen om mijn vwo 4 wiskunde A leerlingen ook binnen de reguliere les uit te kunnen dagen. In het vervolg zal ik het ontwikkelen van de nieuwe lesopzet aanduiden als *ontwerp*.

Vanuit meerdere oogpunten is het relevant om het bovenstaande te onderzoeken: De ervaring leert dat het uitdagen van leerlingen voor betrokken en nieuwsgierige leerlingen zorgt. Hierdoor kunnen de schoolprestaties verbeteren en draagt het bij aan hun positief welbevinden (Buurt & et al., 2017). Aangezien het uitdagen van Nederlandse leerlingen veelvuldig wordt besproken op Nederlandse scholen als in de media is het probleem niet alleen een persoonlijk probleem. Door betekenisvollere lessen is het mogelijk om de wiskundeonderwerpen te plaatsen in contexten. Dit zou een mooie mogelijkheid kunnen zijn om het bedrijfsleven of onderwerpen uit het hbo/wo in de reguliere les te integreren. Daarnaast zouden de onderwerpen al in examencontexten kunnen worden inge oefend waardoor de leerlingen al vanaf de vierde klas van het vwo met examenopdrachten kunnen oefenen. Meer ruimte voor creatief denken in de wiskundelessen kan hand in hand gaan met het integreren van onderzoekopdrachten en ontwerp opdrachten. Deze opdrachten dragen eraan bij dat de leerlingen beter zijn toegerust om problemen op te kunnen lossen, bijvoorbeeld onderzoekopdrachten op het examen maar ook bij andere vakken of in het dagelijks leven (Drijvers, 2015). Als laatste draagt het onderzoek bij aan mijn eigen professionele ontwikkeling.

De verlegenheidssituatie is gebaseerd op vier aanleidingen:

1. De leerlingen geven aan dat de **betekenis** van het vak wiskunde niet goed in de lessen wordt belicht waardoor de les niet uitnodigt om ervoor te werken. Wiskunde is in hun ogen een losstaand schoolvak zonder directe toepassing in hun belevingswereld of vervolgonderwijs. Ook het eindexamen is voor velen nog te ver weg om het nut van wiskundeonderwerpen in direct verband te zien met vwo 4.
2. De leerlingen ervaren te weinig eigen verantwoordelijkheid en geven aan dat ze weinig **eigen keuzes** kunnen maken in de lessen zelf en de te maken opdrachten. Hierdoor voelen ze zich niet direct betrokken in de les.
3. De leerlingen geven aan zich te weinig **uitgedaagd** te voelen. De opdrachten die ze maken lijken immers vaak op elkaar waardoor ze vaak de wiskundige handelingen van het theorievoorbeeld kopiëren en toepassen op andere opgaven zonder echt zelf te hoeven nadenken.
4. Pogingen om onderwerpen in een context te plaatsen, vakoverstijgend en uitdagend onderwijs aan te bieden en te differentiëren zijn vaak te **omslachtig**: de lesopzet is groter dan voor één enkele les en de voorbereidingstijd is vele malen langer waardoor er na verloop van tijd toch weer wordt teruggevallen op de oude manier van lesgeven.

Op basis van deze aanleiding is de volgende onderzoeksvraag gedefinieerd: *Op welke manier kan ik mijn bovenbouw vwo 4 leerlingen wiskunde A betekenisvol en uitdagend wiskundeonderwijs aanbieden binnen de reguliere wiskundelessen waarbinnen leerlingen zelf eigen keuzes kunnen maken?*

Het bepalen van de ontwerpeisen en randvoorwaarden:

Nu een beeld is verkregen van de aanleiding van het onderzoek is het belangrijk om ontwerpeisen op te stellen waaraan het ontwerp dient te voldoen. Om deze vast te kunnen stellen, is vanuit drie perspectieven (triangulatie) data verzameld die vertaald zijn naar ontwerpeisen (Donk & Lanen, 2015). Er is gebruik gemaakt van literatuur, leerlingenuitkomsten die in mijn vwo 4 wiskunde A zijn afgenomen en feedback van andere wiskundecollega's.

Om leerlingen te kunnen uitdagen, is het belangrijk meer te weten te komen over al bestaande theorieën over motivatie: De Amerikaanse psychologen Ryan en Deci onderscheidden in hun zelfdeterminatietheorie (2000) twee soorten motivatie: intrinsieke en extrinsieke motivatie. De intrinsieke motivatie is de motivatie die vanuit de leerlingen zelf komt: de leerlingen zijn gemotiveerd om iets te leren omdat ze hierin geïnteresseerd zijn. De activiteit is het doel op zich. Wanneer leerlingen intrinsiek gemotiveerd zijn op school leren ze uit eigen nieuwsgierigheid en hebben ze interesse in de leerstof. Bij extrinsieke motivatie wordt dit door externe prikkels gestimuleerd. Een voorbeeld hiervan is een beloning in de vorm van een hoog cijfer. Vos en Castelijns (2014) onderzochten de kracht van intrinsieke motivatie. Om te kunnen leren en uitdagingen niet uit de weg te gaan, is motivatie essentieel. Wanneer leerlingen gemotiveerd zijn, steken ze energie in de leeractiviteit. In het onderzoek van Sierens en Kiste (2009) wordt de intrinsieke motivatie en extrinsieke motivatie gekoppeld aan het verschil tussen gecontroleerde en autonome motivatie. In het ontwerp van dit onderzoek zal de focus vooral liggen op de autonome vorm van het motiveren. De persoonlijke waarde, relevantie, zinvolheid en de interesse in het vak staan hierbij voorop. De drijfveren schuld, schaamte en angst moeten worden juist vermeden bij het maken van het ontwerp. Deci en Ryan (2000) concludeerden tevens dat een optimale ontwikkeling slechts mogelijk is als aan drie psychologische basisbehoeften wordt voldaan: autonomie, relatie en competentie. De theorie geeft antwoord op vragen over motivatie en houdt zich bezig met de relatie tussen motivatie en autonomie. Binnen het ontwerp staat de autonome motivatie centraal. Het maken van eigen keuzes moet daartoe deel uitmaken van het ontwerp. Binnen het realiseren van autonomie is het belangrijk dat de

verbondenheid tot een ander niet wordt vergeten. Het samenwerken maakt daartoe deel uit van het nieuwe lesontwerp. Om onafhankelijk te zijn en eigen keuzes te kunnen maken, is het belangrijk dat de leerlingen vanuit de actuele ontwikkeling worden aangesproken in de naaste ontwikkeling (Vygotsky, 1978). Alleen op die manier is de leerling in staat om zich te ontwikkelen, al dan niet met anderen (relatie). Het gevoel dat de leerling het nieuwe aankan met de voor hem actuele ontwikkeling geeft een gevoel van competentie, de derde en laatste basisbehoefte. Door het ontwerp zo te maken dat de leerlingen autonoom worden in het leerproces waarbinnen zij zich in hoge mate competent en uitgedaagd voelen om aan het werk te gaan, is het mogelijk dat ze zo in beslag worden genomen door de opdracht dat ze in de staat van flow raken. Dit wordt door Csikszentmihalyi (1990) in zijn flowtheorie beschreven. Belangrijk is op te merken dat de mate van uitdagen niet te ver uit de zone van de naaste ontwikkeling moet liggen. Wanneer de uitdaging te groot is, wordt er geen competentie meer ervaren en treedt er gevoel van angst op. Het ontwerp moet de leerlingen dus voldoende uitdagen maar niet afschrikken.

Nu er een algemeen beeld is verkregen over wat nodig is om leerlingen uit te dagen, wordt er ingezoomd op het uitdagen bij het vak wiskunde. In het onderzoek van Tiffin (2007) komt naar voren dat het uitdagen van leerlingen wordt verbeterd en de intrinsieke motivatie bij het vak wiskunde wordt vergroot door de wiskundeactiviteit aan te laten sluiten op de belevingswereld van de leerlingen, door in te spelen op het vergroten van de *self-efficacy* (het ingeschatte vermogen van de leerling in de eigen bekwaamheid) en het vergroten van *engagement* (de manier waarop leerlingen betrokken zijn bij en geïnteresseerd zijn in het leren). Het meer betekenis geven aan de lessen wordt door de leerlingen in de enquêtes tevens vaak genoemd. Hoogeleraar Paul Drijvers van de Universiteit Utrecht pleit ervoor dat er tijdens de wiskundeles meer moet worden nagedacht. “Leerlingen moeten worden uitgedaagd om hun hersens te gebruiken en daarbij de kracht van de wiskunde in te zetten. Het gaat erom dat leerlingen alert en fris naar problemen kunnen kijken en kritisch kunnen denken en redeneren.” Wiskunde is volgens hem bij uitstek geschikt is om te leren analyseren, modelleren en abstraheren (2015). Bij het probleemoplossen wordt ervan uitgegaan dat de al bestaande vaardigheden van de leerlingen, de actuele ontwikkeling, kunnen worden ingezet om een probleem op te lossen dat zich in de naaste ontwikkeling bevindt. Zogenaamde Wiskundige Denk Activiteiten (WDA's) en onderzoeksopgaven kunnen een aanvulling zijn om hogere denkvaardigheden te gebruiken. Een aantal jaren later benadrukte de onderwijsinspectie in haar rapport (2019) dat leerlingen nog steeds nauwelijks gestimuleerd worden om hogere denkvaardigheden te gebruiken, dat de inhoud van de lessen is gericht op het reproduceren en het toepassen van kennis en er weinig aandacht is om zelf iets te creëren, te analyseren of te evalueren en leerlingen weinig regie hebben over het eigen leerproces. Het 6E-model van Windels (2011) zou een uitkomst kunnen bieden om motiverend en zelfontdekkend wiskundeonderwijs te realiseren. Het verenigt contextrijke motivatie, contextvrije inoefening van de lesstof, docentgestuurde instructie, constructivistische leerstrategieën en activerende werkvormen. De keuze om juist het leren contextvrij aan te bieden volgt uit onderzoek door Kirschner, Sweller & Clark (2006).

Naast literatuuronderzoek heb ik aan de hand van een enquête vragen gesteld aan de leerlingen. De leerlingen konden volgens een vierpunts *Likert-schaal* (Likert, 1932) antwoord geven. Uit de resultaten komt naar voren dat vaak het nut van wiskunde niet wordt begrepen en de leerlingen meer voorbeelden uit het dagelijkse leven willen zien. Ook twijfelt een deel aan het nut van wiskunde voor hun vervolgonderwijs. Ze zien graag de integratie van creatieve- of ontwerp opdrachten en zouden liever een diversiteit aan opdrachten willen maken dan telkens dezelfde soort opdracht. Het kunnen maken van eigen keuzes tijdens de les komt meermaals terug. Leerlingen geven over het algemeen aan wiskunde goed aan te kunnen. Een aantal leerlingen zou meer “puzzeltjes” willen maken. Collega's geven aan dat de WDA's en oude wiskunde A-lympiades mogelijk in de lessen kunnen worden geïntegreerd om meer wiskundige verdieping te kunnen realiseren. Een aantal collega's heeft dit al toegepast maar heeft hun keuze heroverwogen aangezien de opdrachten vaak te lang en niet goed in één lesuur te integreren waren. Een andere collega wees mij erop dat de verdiepingsopdrachten vaak te hoog gegrepen zijn voor wiskunde A leerlingen: “het is niet voor niets dat de leerling wiskunde A volgt in vwo 4”. Het is dus belangrijk te differentiëren.

Nu er een duidelijker beeld is verkregen over het onderwerp zowel in het algemeen als vakspecifiek, wordt duidelijk dat het bieden van uitdaging zowel didactisch als wiskundig verdiepend mogelijk is. Om als docent het uitdagen van leerlingen in de wiskundelessen te kunnen realiseren, is het belangrijk om hier een duidelijk verschil in te maken.

Didactisch gezien zou het 6E-model van Windels een goed uitgangspunt kunnen zijn om te gebruiken in het eigen ontwerp. Puur wiskundig kan een *wiskundige verdieping* ook als vorm worden aangeboden in de wiskundeles. Het stimuleren van hogere denkvaardigheden, het creëren, analyseren of evalueren zijn voorbeelden van de verdieping binnen de les.

Om aan te sluiten bij de hierboven beschreven literatuur zal het ontwerp een didactisch karakter krijgen waarbinnen de leerlingen zelf kunnen kiezen welke (verdiepings)opdracht zij willen maken. Deze opdrachten zullen aansluiten bij de vier punten die in de aanleiding beschreven stonden. Samenwerking met elkaar en het kunnen maken van eigen keuzes zal binnen het lesontwerp een prominente rol krijgen.

Ontwerpeisen en randvoorwaarden

Vanuit de drie eerder beschreven perspectieven zijn een vijftal ontwerpeisen opgesteld die de basis vormen bij het ontwerp. Dit zijn de functionele kenmerken waarmee ideeën kunnen worden omgezet in ontwerpkenmerken. (Pfeifer, 2009). Naast de ontwerpeisen zijn er vier randvoorwaarden geformuleerd. Dit zijn bijkomstige voorwaarde waaraan voldaan moet zijn voordat het ontwerp echt kan plaatsvinden (Dale, 2020).

Ontwerpeisen

1. *Het ontwerp moet de reguliere les uitnodigend maken voor de leerling.*
Deze ontwerpeis komt voort uit het onderzoek van Tiffin (2007) en het 6E-model van Windels (2012) en is tevens gekoppeld aan aanleidingen 1 en 4.
2. *Het ontwerp moet eenvoudig te integreren zijn door wiskundedocenten.*
Deze ontwerpeis komt voort uit de hoofdvraag en is gekoppeld aan aanleiding 4.
3. *Het ontwerp moet te implementeren zijn in een wiskundeles van 50 minuten.*
Deze ontwerpeis komt voort uit de hoofdvraag aangezien het ontwerp binnen de reguliere wiskundeles moet kunnen worden toegepast en is tevens gekoppeld aan aanleiding 4.
4. *Het ontwerp moet aansturen op één of meerdere strategieën om een uitnodigende wiskundeles te realiseren.*
 - a. *Er vindt een afwisseling in het lesprogramma plaats;*
 - b. *Het lesontwerp is betekenisvol;*
 - c. *Het lesontwerp is uitdagend.*De bovengenoemde strategieën worden genoemd in *Lessen in Orde* van Teitler (2017) maar volgt tevens uit de al beschreven literatuur. Deze ontwerpeis is tevens gekoppeld aan aanleidingen 1 en 3.
5. *Het ontwerp moet voldoen aan de basisbehoefte van de leerling: relatie, competentie en autonomie.*
Deze ontwerpeis komt voort uit de literatuur beschreven door Ryan & Deci (2000) en is gekoppeld aan aanleidingen 2 en 3.

Randvoorwaarden

1. De individuele leerling heeft een bepaalde mate van competentie en betrokkenheid.
2. De wiskundedocent heeft voldoende vakdidactische, organisatorische en pedagogische kwaliteiten.
3. Er zijn voldoende faciliteiten in de school binnen handbereik om het ontwerp te kunnen realiseren.
4. Er is sprake van een prettige en veilige leeromgeving en leerklimaat op school en in de klas.

Aan de hand van deze ontwerpeisen is een *morfologisch overzicht* opgesteld. Dit is een ontwerpmethodiek die werd ontwikkeld door Fritz Zwicky (1969) waarbij een complex ontwerp wordt onderverdeeld in verschillende componenten van het product zelf. In mijn morfologisch overzicht zijn verschillende ideeën geplaatst voor het ontwerpen van een lesopzet waardoor leerlingen binnen de reguliere les meer kunnen worden uitgedaagd.

Aan de hand van de uitkomsten uit het morfologisch overzicht kwam ik tot de volgende drie ontwerpideeën:

Het eerste ontwerpidee: Bedrijfsleven en vakoverstijgend leren

Vanuit het morfologisch overzicht is het idee ontstaan om het aanbieden van verrijkingstof te koppelen aan casussen uit het bedrijfsleven. Leerlingen kunnen vanuit dit idee ook eigen casussen aandragen waardoor de ontwerpeisen 1, 4 en 5 kunnen worden bewerkstelligd. Om zelf hiermee aan de slag te gaan, heb ik gezocht naar verschillende casussen en geprobeerd om hier de wiskundeonderwerpen erbij te zoeken. Met als eindresultaat: te lange voorbereidingstijd en niet makkelijk te implementeren binnen één wiskundeles omdat de onderwerpen uit het bedrijfsleven vaak gecompliceerder zijn en afhangen van meerdere factoren. Vakoverstijgend werken vergt veel voorbereiding met andere collega's. Daarnaast vinden leerlingen het maken van een goede *transfer*, het kunnen toepassen van hetgeen in een bepaalde situatie is geleerd in een nieuwe situatie, lastig (Nelissen, 2007).

Het tweede ontwerpidee: Aanpassing 6E-model

Het tweede idee uit het morfologisch overzicht maakt gebruik van het al bestaande 6E-model. Om te zorgen voor differentiatie en keuzemogelijkheid is dit aan de laatste leerstap (E6; eindcompetenties consolideren) toegevoegd. Een integratie van een examenopdracht zorgt ervoor dat de opdracht betekenisvol is voor de

leerling en er tevens op examenniveau met het onderwerp kan worden gewerkt. Het toevoegen van een wiskundige onderzoekopdracht sluit aan bij de vraag meer wiskundige verdieping aan te bieden. Het integreren van de ontwerpopdracht draagt bij aan het creatief denken van de leerling.

De leerlingen worden tijdens de laatste leerstap in subgroepen verdeeld en mogen zelf hun eigen route kiezen die ze binnen deze differentiatiestap willen bewandelen (autonomie). De leerlingen zitten per gekozen opdracht bij elkaar om het samenwerkend leren te bevorderen (relatie). Aan het eind voelen de leerlingen zich competent doordat ze de daarvoor geleerde stof zelf toe kunnen passen (competentie):

- *Groep 1: contextrijke (examen)opdracht*
De leerlingen die kiezen voor deze opdracht zullen de contextvrij ingeefende wiskundevaardigheden toepassen in een contextrijke (examen)opgave.
- *Groep 2: onderzoekopdracht*
De leerlingen die kiezen voor deze opdracht zullen aan de slag gaan met een probleemoplossing binnen de daar net geleerde wiskundige vaardigheid.
- *Groep 3: ontwerpopdracht*
De leerlingen die kiezen voor deze opdracht zullen aan de slag gaan met een ontwerpopdracht en zoeken een artikel waar de wiskunde in voor komt en maken aan de hand van het artikel een contextrijke opdracht.

Dit idee heb ik vervolgens uitgewerkt voor een wiskundeles van 50 minuten. Door de verschillende stappen en het integreren van extra opdrachten in subgroepen kwam ik er vrij snel achter dat aan de ontwerpisen 1, 2, 4 en 5 werden voldaan: Ik was veel beter in staat om de les betekenisvol te maken voor de leerlingen. Door de extra opdrachten in subgroepen konden de leerlingen eigen keuzes maken. Door de andere typen verdiepingsopdrachten was ik beter in staat om leerlingen meer uitdaging aan te bieden. Er waren echter zoveel verschillende stappen dat de uitleg minimaal moest worden, er geen andere vragen vanuit de klas kon worden gesteld aangezien dit anders ten koste zou gaan van de laatste differentiatiestap. Daarnaast komt in het oorspronkelijke 6E-model de evaluatiestap minder naar voren dan dat ik zelf zou willen.

Het derde ontwerpidee: ABCDE-model

Voor het maken van het derde idee zijn de ideeën van het 6E-model als uitgangspunt genomen en heb ik gekozen om deze leerstappen te vertalen in een eigen model: Het *ABCDE-model*. Dit model verenigt leerstappen E3 (exploreren) met E4 (empirische kennis toepassen) en E5 (expliciteren) met E6 (eindcompetenties consolideren). Leerstap E6 heb ik gesplitst in twee verschillende stappen zodat een aparte evaluatiestap centraler komt te staan. De vijf overgebleven stappen worden gekoppeld aan één van de beginletters van het alfabet. De keuze van de naamgeving komt ten eerste voort uit ontwerp 2: De benamingen voor de verschillende lesfasen zijn concreter en persoonlijker beter te onthouden. Ten tweede vloeit de benaming van dit model voort uit een eerder model, het *ABCDEF-model*, dat ik heb gemaakt voor mijn onderzoek naar het realiseren van *autismevriendelijke muziekonderwijs op het VO* (Steenbakker, 2017). Hierdoor is het ABCDE-model echt mijn eigen didactisch model. Binnen het model spreek ik liever over leerfasen dan over leerstappen: binnen de les vindt er telkens een overgang plaats tussen de verschillende lesactiviteiten. Door het woord ‘fase’ te gebruiken wil ik benadrukken dat de verschillende lesonderdelen in elkaar overvloeien.

In de eerste fase staat het “activeren van de voorkennis” centraal. De leerlingen worden hier voorbereid op het leerproces. Deze fase sluit geheel aan op leerstap E1 (evalueren van de begincompetenties) en zorgt ervoor dat de relevante voorkennis, vaardigheden en attitudes hierbij aan bod komen. In de tweede fase staat het “betekenis geven” centraal. Deze fase sluit geheel aan op leerstap E2 (engageren). Het onderwerp van de les wordt hierbij in verband gebracht met de betekenis hiervan voor de leerling. Het onderwerp wordt in een realistische of vakoverstijgende context geplaatst. De “centrale uitleg” vindt plaats in de daaropvolgende fase. Deze stap verenigt leerstappen E3 (exploreren) en E4 (empirische kennis toepassen). Het uitleggen van nieuwe begrippen, concepten of eigenschappen staat hierbij centraal. Zowel realistische- als non-voorbeelden worden hier gegeven. De net geleerde kennis wordt tijdens deze stap contextvrij ingeefend. In de vierde fase staat de “differentiatie” centraal. Deze stap gaat verder op leerstap E5 (expliciteren) en E6 (eindcompetenties consolideren). Deze fase vloeit geheel uit het tweede ontwerpidee en verdeelt de leerlingen in de drie, al beschreven, subgroepen. In de laatste lesfase staat de “evaluatie” centraal. De stap sluit aan bij het laatste deel van leerstap E6 (eindcompetenties consolideren; evalueren van de leerwinst). De uitkomsten worden met elkaar gedeeld en de les wordt klassikaal besproken.

Met dit derde lesontwerp ben ik vervolgens aan de slag gegaan en heb ik drie keer als prototype in mijn vwo 4 wiskunde A klas toegepast. Na elke les nam ik weer een leerlingenenquête af en werd de les met de leerlingen besproken.

Eerste prototype ABCDE-model

Het eerste prototype is toegepast op een hoofdstukafsluiting. Hierdoor werd kort het hoofdstuk met de leerlingen herhaald en konden de leerlingen erachter komen met welke theorie ze nog moesten gaan werken. Hierna liet ik een aantal praktijkvoorbeelden zien waaraan de stof uit het hoofdstuk werd gekoppeld. Deze voorbeelden waren tevens de introductie voor de opdrachten uit de differentiatiefase. Tijdens de centrale uitleg vroeg ik leerlingen om beurten de parate kennis op te noemen die ze tijdens dat hoofdstuk hadden geleerd. Vervolgens kregen de leerlingen de tijd om in de differentiatiestap aan de slag te gaan met drie verschillende opdrachten: een havo eindexamenopdracht, een onderzoeksopdracht uit de methode Getal en Ruimte (2019) en een ontwerpoperdracht over het coronavirus. Na afloop werd de les geëvalueerd en werden door de leerlingen de enquêtes ingevuld.

Positief ontvangen, maar te weinig tijd voor differentiatiestap en onderzoeksopdracht te lastig

Na afloop van de gegeven les besprak ik met de leerlingen hoe zij de andere lesopzet hadden ervaren. Zij gaven aan dat ze positief waren over de vorm en het maken van eigen keuzes. Daarnaast vonden ze het prettig om met elkaar samen te kunnen werken. De leerlingen die aan de havo examenopdracht hadden gewerkt gaven aan dat deze opdracht makkelijk te doen was en vroegen of dit ook het niveau van het vwo zou zijn. De leerlingen die hadden gekozen voor de onderzoeksopdracht gaven echter aan dat de opdracht te lastig was en ze hierdoor onzeker werden. Zij hadden liever een kleiner probleem willen maken. De leerlingen die werkten aan de ontwikkelopdracht gaven aan het een boeiend onderwerp te vinden maar hadden te weinig tijd om daadwerkelijk een uitwerkingsblad te maken. Verder vroeg een aantal leerlingen of zij ook opdrachten uit het boek mochten maken omdat ze de theorie niet meer paraat hadden. Hierdoor vonden zij het lastig om dit toe te passen op een verdiepingsofdracht.

De leerlingen werden vervolgens door mij gevraagd dezelfde enquête als tijdens het vooronderzoek in te vullen. Bij het analyseren van de resultaten van de enquête is er bij drie verschillende vragen nog aanleiding tot verdere aanpassingen van het prototype:

- *De les nodigt mij uit om meer te weten te komen over het onderwerp.*
Leerlingen geven aan dat er meer moet worden ingezet op het betekenis geven van de les zodat de les meer uitnodigt om meer over het onderwerp te weten te komen;
- *Door samen te werken doe ik actiever mee tijdens de wiskundeles.*
Leerlingen geven aan dat het samenwerken positief werkt doordat ze kunnen samenwerken maar dat ze hierdoor ook langer aan een opdracht zitten. Daarnaast zijn er leerlingen bij die sneller met elkaar gaan kletsen. Voor het tweede prototype is het daarom belangrijk dat ik meer inzet op het groepsproces tijdens coaching van groepen. In de voorbereiding stuur ik aan op *gedeelde verantwoordelijkheid van leerlingen* binnen de werkgroep om elkaar bij de opdracht te betrekken. Zelf zal ik actiever optreden wanneer er niet aan de opdracht binnen de groep wordt gewerkt.
- *Ik voel mezelf door de wiskundeles goed voorbereid op het hbo of de universiteit.*
Leerlingen geven aan dat zij de connectie met het hbo en universiteit nog te vaag vinden. Ze zouden graag meer voorbeelden vanuit studies zelf willen zien om meer het nut voor het vervolgonderwijs te ervaren.

Dit resulteerde in de volgende verbeterpunten na het toepassen in de les wiskunde A in vwo 4.

- Activeren van voorkennis wordt minder omvangrijk gemaakt zodat er meer tijd overblijft voor de differentiatiefase zelf;
- Betekenis geven wordt gekoppeld aan meer praktijkproblemen en wordt gekoppeld aan voorbeelden uit het hbo en de universiteit;
- Tijdens de differentiatiefase worden de opdrachten minder omvangrijk gemaakt zodat het haalbaar is om deze binnen de beschikbare tijd af te maken;
- Speciaal voor de onderzoeksopdracht worden op gekleurde papieren tips gezet die ik als docent kan geven wanneer leerlingen niet uit de opdracht komen. Het tipblad voorkomt dat het denkproces van de leerlingen stilvalt en de leerlingen van flow naar angst/paniek gaan.
- Leerlingen gaven na afloop aan dat zij graag eerst opgaven uit het boek wilden maken. Er wordt hiervoor een speciale vierde groep (verwerkingsopdracht) toegevoegd aan de differentiatiefase.

Tweede prototype ABCDE-model

Het tweede prototype is toegepast op een paragraafuitleg. Het activeren van de voorkennis werd herhaald door een kortere opdracht waardoor het voldeed aan het eerste ontwikkelpunt. Daarnaast werden contexten gebruikt die de verscheidenheid van toepassing duidelijk maakte. Het onderwerp werd namelijk geplaatst binnen een situatie uit de gezondheidszorg als de ecologie/economie. Tijdens de centrale uitleg werd een contextloze opgave als voorbeeld genomen en werd de theorie hieraan gekoppeld. Tijdens de differentiatiefase konden de leerlingen aan de slag gaan met vier verschillende opdrachten. De eerste groep kon werken aan zowel een havo- als vwo-wiskunde A examenopgave. De tweede groep kon nu kiezen uit twee verschillende onderzoeksopdrachten. Door de opdrachten minder omvangrijk te maken waren ze ook binnen de beschikbare tijd gemaakt. Daarnaast had ik tipbladen klaarliggen die ik aan de groep kon geven in geval het leerproces stagneerde. De derde groep kon aan de slag gaan met een ontwerpopdracht die uit een oud havo eindexamen was ontleend. Speciaal voor de leerlingen die aangaven juist eerst verwerkingsopdrachten te willen maken, gaf ik de mogelijkheid om ook aan een verwerkingsopdracht te werken. Deze vierde groep kon na het maken van deze verwerkingsopdracht verder kiezen uit de andere opdrachten. Na afloop van de les werd de les geëvalueerd en werden door de leerlingen de enquêtes ingevuld.

Positief ontvangen, maar te weinig instructie voor de vierde groep

Na afloop van de gegeven les besprak ik met de leerlingen de nieuwe veranderingen. De leerlingen gaven aan dat ze de contexten van de onderwerpen interessant vonden. Een leerling gaf aan dat ze niet had gedacht dat dit zelf toepassing zou hebben op de studie geneeskunde. Over de differentiatiefase gaven de leerlingen aan dat ze meer tijd hadden ervaren om daadwerkelijk aan de slag te gaan. De leerlingen die de examenopdracht maakten, vonden het prettig om het verschil in diepgang te ervaren tussen de havo- en vwo-examenopdracht. De leerlingen die de onderzoeksopdracht hadden gemaakt, gaven aan dat ze meer tijd hadden om beide opdrachten te onderzoeken. Ze vonden het fijn dat ze een tipblad konden krijgen. Een groep hoefde dit niet te gebruiken, de andere groep kon aan de slag met één tipblad. De leerlingen die tijdens de centrale uitleg moeite hadden om de uitleg te volgen en hadden gekozen voor de verwerkingsopdracht gaven aan dat ze het fijn vonden dat ze nog uit het boek konden werken. Ze gaven mij echter wel het advies om nog extra uitleg over het onderwerp te geven tijdens de differentiatiefase.

Naar aanleiding van het gebruiken van het tweede prototype en de resultaten van de enquête is er een laatste suggestie voor het verbeteren van het ontwerp verwerkt:

- De leerlingen van groep 4 geven aan dat zij meer behoefte hebben aan uitleg voordat zij nog een verwerkingsopdracht maken. Deze verlengde instructie kan worden geïntegreerd voordat de leerlingen van groep 4 aan de slag gaan met de verwerkingsopdracht zodat de docent meer begeleiding kan geven aan de leerlingen die dat nodig hebben.

Derde prototype: ABCDE-model

Het derde prototype is toegepast op een paragraafuitleg. De opbouw van de les is gelijk aan het tweede model. Aan groep 4 is tijdens de differentiatiefase nog een extra verlengde instructie gegeven. Hierna konden de leerlingen aan de slag met een verwerkingsopdracht. Na de verwerkingsopdracht coachte ik de andere groepen en controleerde ik als laatste de leerlingen die aan de slag gingen met de verwerkingsopdracht. Eventuele vragen werden vervolgens extra besproken. Hierna konden leerlingen starten met een contextopdracht om de contextloze inoefening nu contextrijk toe te passen. Na afloop van de les werd de les geëvalueerd.

Positief ontvangen, eindmodel

Na afloop van de gegeven les besprak ik met de leerlingen de nieuwe veranderingen. De leerlingen uit de eerste, tweede en derde groepen waren onverminderd enthousiast. Sommige leerlingen kozen nu ook voor andere type opdrachten. De leerlingen uit de vierde groep gaven aan nu beter de opdracht te snappen en vonden het fijn dat er zo naar hun feedback is geluisterd. Op de volgende pagina is het eindmodel van het ABCDE-model uitgewerkt.

ABCDE-model

Dit didactisch model draagt bij aan het realiseren van betekenisvol en uitdagend wiskundeonderwijs waarbinnen leerlingen zelf eigen keuzes kunnen maken uit verschillende type (verdiepings)opdrachten. Aan dit model liggen de ideeën van het *6E-model* (Windels, 2012) ten grondslag. *Het ABCDE – model* verenigt de leerstappen E3 (exploreren) met E4 (empirische kennis toepassen) en E5 (expliciteren) met E6 (eindcompetenties consolideren) en splitst leerstap E6 in twee zodat een duidelijke evaluatie centraler komt te staan. De vijf overgebleven stappen worden gekoppeld aan één van de beginletters van het alfabet. De benamingen voor de verschillende lesfasen zijn concreter dan de benamingen van het 6E-model en het idee om de beginletters van het alfabet te gebruiken komt voort uit een eerder gemaakt didactisch model, *het ABCDEF-model*, om autismevriendelijk muziekonderwijs op het VO te realiseren (Steenbakker, 2017). Binnen het model wordt bewust gesproken over leerfasen dan over leerstappen: binnen de les vindt een overgang plaats tussen de verschillende lesactiviteiten. Het woord ‘fase’ benadrukt deze overgang.

Activeren van de voorkennis

Tijdens deze leerfase worden de leerlingen voorbereid op het leerproces. Deze fase sluit geheel aan op leerstap E1 (evalueren van de begincompetenties) zorgt ervoor dat de relevante voorkennis, vaardigheden en attitudes worden besproken. Dit wordt gedaan aan de hand van een *opwarmertje*.

Betekenis geven aan het doel van de les

Tijdens deze leerfase wordt de les in verband gebracht met de betekenis hiervan voor de leerling. Deze fase sluit geheel aan op leerstap E2 (engageren). Het onderwerp wordt in een realistische of vakoverstijgende context geplaatst. Dit kan een inleiding zijn op de contextrijke (examen)opdracht, onderzoeksopdracht of ontwerpoperdracht. De leerlingen worden geprikkeld met een instapprobleem gerelateerd aan het onderwerp.

Centrale uitleg

Tijdens de centrale uitleg staat uitleggen van de nieuwe begrippen, concepten of eigenschappen centraal. Deze stap verenigt leerstappen E3 (exploreren) en E4 (empirische kennis toepassen). De docent streeft na om de nieuwe stof te verbinden aan realistische voorbeelden maar geeft ook non-voorbeelden. De net verkregen kennis wordt tijdens de centrale uitleg contextvrij ingeoeft.

Differentiatie in (verdiepings)opdrachten

Tijdens de differentiatiefase maken de leerlingen keuzes over de routes die zij zelf willen bewandelen om het onderwerp eigen te maken. Deze stap gaat verder op leerstap E5 (expliciteren) en E6 (eindcompetenties consolideren) en voegt differentiatie en autonomie voor de leerlingen toe. De leerlingen zitten per groep bij elkaar om samenwerkend leren te bevorderen:

- *Groep 1: contextrijke (examen)opdracht*
De leerlingen die kiezen voor deze opdracht zullen de contextvrij ingeoeft wiskundevaardigheden toepassen in een contextrijke (examen)opgave.
- *Groep 2: onderzoeksopdracht*
De leerlingen die kiezen voor deze opdracht zullen aan de slag gaan met een onderzoeksopdracht of wiskundige denkactiviteit binnen de daar net geleerde wiskundige vaardigheid. Eventueel kunnen leerlingen hier aan de slag gaan met een bewijsopdracht.
- *Groep 3: ontwerpoperdracht*
De leerlingen die kiezen voor deze opdracht zullen aan de slag gaan met een ontwerpoperdracht en maken bij een gegeven artikel een contextrijke opdracht met uitwerkingsmodel. Dit bovenstaande kan ook worden toegepast op een eigen gemaakte context of gekozen artikel.
- *Groep 4: verlengde instructie en verwerkingsopdracht*
De leerlingen die naar aanleiding van de centrale uitleg nog uitleg willen hebben, krijgen tijdens de verlengde instructie de mogelijkheid om meer te vragen en kunnen daarna verder met de verwerkingsopdracht uit het boek. Na deze verwerkingsopdracht kunnen ook zij aan de slag met een contextrijke (examen)opdracht, onderzoeksopdracht of ontwerpoperdracht.

Evaluatie

Tijdens de evaluatiefase worden de uitkomsten met elkaar gedeeld. De stap sluit aan bij het laatste deel van leerstap E6 (eindcompetenties consolideren; evalueren van de leerwinst). Om de ideeën te kunnen delen, is het mogelijk om een platform te gebruiken om de gemaakte opdrachten met elkaar te delen. De docent en leerlingen bespreken niet alleen de belangrijkste leeruitkomsten maar ook het proces hiernaartoe.

Conclusie

De aanleidingen die in dit artikel staan beschreven om meer betekenisvol en uitdagend wiskundeonderwijs te kunnen aanbieden aan mijn vwo 4 wiskunde A leerlingen binnen de reguliere les waarbij de leerlingen zelf meer eigen keuzes kunnen maken, hebben geleid tot het maken van een eigen didactisch model. Aan de hand van triangulatie is het praktijkprobleem verder onderzocht en werden er drie verschillende ontwerpideeën getoetst die volgden uit het morfologisch overzicht. Het *ABCDE-model* bundelde de kwaliteiten van de andere twee ontwerpideeën en is een eigen ontworpen didactisch model waardoor het bijdraagt aan de authenticiteit van het ontwerp. Binnen dit model staat niet alleen het realiseren van het betekenisvol en uitdagend wiskundeonderwijs centraal maar krijgen de leerlingen ook meer eigen verantwoordelijkheid in de les en wordt het samenwerkend leren bevorderd. Doordat het model in de namiddag is toegepast, is gebleken dat het in positieve mate zorgt voor meer betrokkenheid en activiteit van de leerlingen: de leerlingen waren tijdens het samenwerkend leren zo druk met elkaar aan de slag dat de leerlingen tot en met het einde van de les nog volop bezig waren. Door het toepassen van het model in de reguliere lessen is het model in de praktijk getoetst en verder doorontwikkeld waardoor het niet alleen een theoretisch onderbouwd model is maar ook echt in de praktijk kan worden toegepast. Het toevoegen van een vierde differentiatiegroep met verlengde instructie en verwerkingsopdracht zorgt ervoor dat ook de leerlingen die niet direct met de verdiepingsopdracht aan de slag kunnen gaan, betrokken zijn in de les en op hun niveau kunnen worden aangesproken. Hierdoor was ik veel beter in staat om gericht de individuele leerling te coachen en aan te sluiten bij hun eigen behoeften. De wiskundige verdieping waardoor het hogere orde-denken wordt aangesproken, gebeurt door de integratie van onderzoeks- en ontwerp opdrachten. Het integreren van de examenopdracht stelde de leerlingen in staat om het onderwerp al op examenniveau te oefenen waarbij ze tevens de wiskundekennis aan de hand van een context konden toepassen. Feedback van collega's heeft ertoe geleid dat het ontwerp beter te integreren is binnen een reguliere wiskundeles en kan worden toegepast op verschillende wiskundeonderwerpen. Het model is hierdoor niet alleen voor mijn eigen professionele ontwikkeling belangrijk maar zou ook door andere collega's kunnen worden gebruikt die betekenisvol en uitdagend wiskundeonderwijs binnen de reguliere lessen willen realiseren.

Discussie en beperkingen

De vwo 4-klas wiskunde A waarin het *ABCDE-model* is toegepast bestond uit 17 leerlingen. In deze relatief kleine groep was ik in staat om makkelijk te differentiëren en had ik genoeg plaats over in de klas om fysiek aparte groepen te maken. Dit hoeft niet te betekenen dat dit fysiek differentiëren ook goed werkt bij een grotere groep. Daarnaast zijn de resultaten van 17 leerlingen te weinig om goede conclusies te kunnen trekken uit de resultaten van de enquêtes. Tevens waren de leerlingen niet altijd allemaal aanwezig waardoor het vergelijken van uitkomsten van de enquêtes daarom niet altijd betrouwbaar was. Ook gaven leerlingen bij de enquêtes aan het soms lastig te vinden of ze het met een stelling "eens" of "helemaal mee eens" waren. Doordat het ontwerp een geheel eigen didactisch model is, past dit model helemaal bij mij als docent. Dit hoeft niet te betekenen dat andere collega's zich ook in mijn model kunnen vinden. Tevens is niet duidelijk of het herhaaldelijk toepassen van het model voor een lange tijd nog steeds hetzelfde gewenste effect heeft bij de leerlingen. Zo kan de nieuwe opzet ervoor hebben gezorgd dat de leerlingen enthousiast waren omdat de lessen volgens het *ABCDE-model* anders waren dan de reguliere lessen. Tijdens de differentiatiefase liet ik de leerlingen helemaal vrij in hun keuze. In een gesprek met een collega kreeg ik het advies om iedereen de eerste vier keren te rouleren van opdracht. Volgens de collega kiezen de leerlingen vaak als eerst op grond van wat het minste werk kost en kiezen ze wat hun vrienden ook doen. Door leerlingen eerst verplicht te rouleren, maakt elke leerling kennis met alle type opdrachten waardoor ze beter in staat zijn om daarna echt zelf een keuze te maken. In gesprekken met leerlingen kwam al naar voren dat leerlingen deze lesopzet fijn op het moment dat de wiskundelessen later in de middag plaatsvonden. Het toepassen van dit model heb ik niet in de ochtend gedaan aangezien de lessen van mijn vwo 4 groep alleen in de middag plaatsvonden. Daarnaast ben ik nieuwsgierig of deze lesopzet een positieve uitwerking heeft op de (eindexamen)resultaten voor het vak wiskunde. In gesprekken met andere collega's bleek dat ook onderbouwcollega's en collega's van andere vakken interesse hadden in de didactische aanpak. Aangezien het ontwerp geheel aansluit bij mijn vwo 4-klas wiskunde A is het nog niet te zeggen of de aanpak ook voor onderbouwklassen en andere vakken hetzelfde effect geeft.

Aanbevelingen

Om het ontwerp door te ontwikkelen, is het belangrijk dat het *ABCDE-model* vaker, op andere klassen en zowel 's ochtends als 's middags moet worden toegepast. De aanleidingen uit de verlegenheidssituatie kunnen binnen andere lesgroepen ook mogelijk anders zijn waardoor het model vraagt om andere typen opgaven. Daarnaast is het belangrijk dat het model ook op grotere groepen wordt toegepast om te testen of het model tevens geschikt is om te gebruiken wanneer het lastig is om de groep fysiek te verdelen in subgroepen. Het effect of het vrijlaten van keuzes ervoor zorgt dat leerlingen de gemakkelijkste route kiezen, moet verder worden onderzocht. Hierbij kan ook worden bekeken of de leerlingen beter in staat zijn om zelf een eigen keuze te maken wanneer ze de eerste vier keren van type opdracht moeten rouleren. De bruikbaarheid voor andere collega's wiskunde zou kunnen worden verbeterd door het model door meerdere collega's te laten uittesten. Het model is momenteel alleen toegepast op mijn vwo 4 wiskunde A klas. Om het model ook breder in te zetten is het belangrijk dat het model ook wordt toegepast in andere leerjaren als op andere niveaus. Aangezien ook onderbouwcollega's als collega's van andere vakken interesse hebben getoond in het model is het belangrijk dat zij, binnen het model, hun eigen type opdrachten kunnen integreren. Het is daarom belangrijk om het model ook toe te passen in andere klassen en bij andere vakken. Mogelijk is hiervoor aanvullend onderzoek gewenst. Als laatste is het belangrijk te onderzoeken of het model ook gevolgen heeft voor de resultaten van de leerlingen op het eindexamen. Hiervoor zou er een groep tot en met het examen met dit didactisch model moeten werken om de daadwerkelijke verschillen in cijfers te kunnen onderzoeken.

Al met al geloof ik er zeker in dat het *ABCDE-model* van toegevoegde waarde kan zijn voor docenten om meer betekenisvol en uitdagend wiskundeonderwijs te kunnen realiseren binnen de reguliere les. Weilicht kan het model niet alleen toepasbaar zijn bij het vak wiskunde A in de vierde klas van het vwo maar ook op andere leerjaren, niveaus als zowel bij andere vakken.

Referenties

- Benders, L. (2020). *Validiteit en betrouwbaarheid vaststellen in je scriptie*. Opgehaald van <https://www.scribbr.nl/onderzoeksmethoden/validiteit-en-betrouwbaarheid-vaststellen-scriptie/>
- Bors, G., & Stevens, L. (2010). *De gemotiveerde leerling*. Antwerpen-Apeldoorn: Garant.
- Buurt, A. v., & et al. (2017). *Zo versterk je de motivatie van leerlingen op school*. VO-Raad.
- Csikszentmihalyi, M. (1990). *Flow: The psychology of optimal experience*. New York: Harper & Row.
- Dale, v. (2020). *Bekenis 'randvoorwaarde'*. Opgehaald van Van Dale: <https://www.vandale.nl/gratis-woordenboek/nederlands/betekenis/randvoorwaarde#.X5CdDu3gr7M>
- Deci, E., & Ryan, R. (2000). The "what" and "why" of goal pursuits: human needs and the self-determination of behavior. *Psychological Inquiry*, 227-268.
- Deci, E., & Ryan, R. (2008). Facilitating optimal motivation and psychological well-being across life's domains. *Canadian Psychology*, 49(1), 14-23.
- Dijkhuis, J., & et al. (2019). Eindopdracht Shuttlebussen. In J. Dijkhuis, & e. al., *Getal en Ruimte* (p. 225). Groningen: Noordhoff Uitgevers.
- Donk, C. v., & Lanen, B. v. (2015). Richtlijnen voor validiteit en betrouwbaarheid. In C. v. Donk, & B. v. Lanen, *Praktijkonderzoek in de school* (p. 335). Bussum: Coutinho.
- Drijvers, P. (2015, april 6). *Denken over wiskunde, onderwijs en ICT*. Utrecht: Universiteit Utrecht. Opgehaald van OvM: <https://www.onderwijsvanmorgen.nl/wiskundig-denken-wat-is-het-precies/>
- Drijvers, P. (2015). Kernaspecten van wiskundig denken. *Euclides*, 90(5), 4-8.
- Dujardin, A. (2019, december 2). Scholieren vinden de lessen op school steeds saaier. *Trouw*, pp. <https://www.trouw.nl/nieuws/scholieren-vinden-de-lessen-op-school-steeds-saaier~b1aebf52/>.
- Huiskamp, F. (2014, april 16). Rapport: Nederlandse leerlingen zijn niet gemotiveerd. *NRC*, pp. <https://www.nrc.nl/nieuws/2014/04/16/rapport-nederlandse-leerlingen-zijn-niet-gemotiveerd-a1425725>.
- Krischner, P., Sweller, J., & Clark, R. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: an analysis of the failure of constructivism, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist*, 41(2), 75-86.
- Likert, R. (1932). A technique for the measurement of attitudes. *Archives of Psychology*, pp. 22 140, 55. Opgehaald van Studiemeesters.
- Middleton, J. (1995). A Study of Intrinsic Motivation in the Mathematics Classroom: A Personal Constructs Approach. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 26, No. 3 (May, 1995), pp. 254-279 .
- Nelissen, J. (2007). *Recent onderzoek naar transfer*. Utrecht: Freudenthal Institute SME, Universiteit Utrecht.
- NOS. (2015, april 15). *Veel Nederlandse leerlingen ongemotiveerd*. Opgehaald van NOS: <https://nos.nl/artikel/2030384-veel-nederlandse-leerlingen-ongemotiveerd.html>
- Onderwijsinspectie. (2018). *Meer uitdaging kan leerlingen in voortgezet onderwijs motiveren*. Opgehaald van Onderwijsinspectie.
- Pfeifer, M. (2009). *Design Requirement*. Opgehaald van ScienceDirect: <https://www.sciencedirect-com.lib.fontys.nl/topics/engineering/design-requirement>
- Pleysier. (2008). *Containerbegrip*. Opgehaald van Woorden.org: <https://www.woorden.org/woord/containerbegrip>
- Plomp, T. (2010). Educational design research: An introduction. *T. Plomp, & N. Nieveen, An introduction to educational design research*, pp. 9-35.

- RTL-nieuws. (2019, december 2). *Motivatie omlaag, slechtere cijfers: 'Jongeren vinden traditioneel onderwijs te saai'*.
Opgehaald van RTL-nieuws: <https://www.rtlnieuws.nl/nieuws/nederland/artikel/4941921/cijfers-motivatie-middelbaar-onderwijs-scholen-docenten>
- Schuit, H., Vrieze, de, I., & Slegers, P. (2011). *Leerlingen motiveren: een onderzoek naar de rol van leraren*. Open Universiteit.
- Sierens, E., & Vansteenkiste, M. (2009). *Wanneer 'meer minder betekent': motivatieprofielen van leerlingen in kaart gebracht*. BZL.
- SLO. (2015). *toekomstbestendig reken/wiskundeonderwijs: Motivatie van leerlingen*. Opgehaald van SLO: <https://slo.nl/thema/vakspecifieke-thema/rekenen-wiskunde/toekomstbestendig/motivatie-leerlingen/>
- SLO. (2017). *Ontwerpen van wiskundige denkactiviteiten onderbouw havo/vwo*. Enschede: slo.
- Steenbakker, W. (2017). *Muziek en Autisme: Autismevriendelijk muziekonderwijs in het VO*. Rotterdam: Codarts.
- Streun, v. A. (2014). *Onderwijzen en toetsen van wiskundige denkactiviteiten*. Enschede: SLO.
- Teitler, P. (2017). *Lessen in orde - Handboek voor de onderwijspraktijk*. Bussum: Coutinho.
- Tiffin, J. (2007). *Increasing Motivation in the Mathematics Classroom: An Epistemological Approach Through High Quality Learning Opportunities*. New York: St. John Fisher College.
- Vogelzang, M. (2019). *Motivatie om te leren: Motiverende kenmerken van het voortgezet onderwijs*. Utrecht: Inspectie van het Onderwijs.
- Vos, A., & Castelijns, J. (2014). *De kracht van intrinsieke motivatie*. Bussum: Coutinho.
- Vygotsky, L. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge.
- Windels, B. (2011). Het 6E-model: een compro-mis tussen positivistisch en constructivistisch wiskunde-onderwijs? . *Tijdschrift voor leraren-opleiders VELON-VELOV*, 32(3), 17-24.
- Windels, B. (2012). Het 6E-model-Een richtsnoer voor zelfontdekkend wiskundeonderwijs met sterke sturing. *Nieuwe Wiskrant*, 32(2), 20-26.
- Zwicky, F. (1969). *Discovery, Invention, Research – Through the Morphological Approach*. . Toronto: The Macmillan Company.